BÖLÜM 3
GRAVİTE ANOMALİLERİNİN DEĞERLENDİRİLMESİ VE YORUMU

3.1 GİRİŞ

Bu bölümde ise tüm etkilerden arındırılmış gravite verilerinin nasıl değerlendirileceği, ne gibi veri-işlem tekniklerinin uygulanabileceği ve bu uygulamalar sonucu elde edilen bulgulardan nasıl yararlanılacağı konuları ayrıntıları ile tartışılacaktır.

3.2 ANOMALİLERİN TANIMI

Potansiyel teoriden hareketle herhangi bir şekle sahip, bir yönde sonsuza uzanan yeraltı yapılarının gravite potansiyeli en genel halde,

$$U = G\frac{m}{r} \tag{3.1}$$

bağıntısı ile verilir. Bu bağıntıda r=yer vektörüdür. (3.1) den hareketle radyal (yer vektörü) yöndeki çekim bileşeni,

$$g = -\operatorname{grad} U \tag{3.2}$$

genel yaklaşımı kullanılarak bulunur. Bu genel yaklaşımdan hareketle düşey [$g_z(x)$] ve yatay [$g_x(x)$] doğrultulardaki çekim bileşenleri kolaylıkla bulunabilir.

Analitik denklemleri belli olan sinyallerde yatay ve düşey yöndeki çekimlerin aynı yönlerdeki gradiyentleri, o yönlerdeki [$g_{zz}(x)$ ve $g_{xx}(x)$] türevlerinin matematiksel olarak hesaplanmasıyla gayet kolay olarak elde edilir. Ancak sayısal sinyallerde bu işlemin gerçekleştirilmesi olanaksızdır. Örneğin sayısal sinyallerde, düşey bileşenin sadece [$g_z(x)$] yatay yöndeki gradienti [$g_{zx}(x)$] bulunabilir.

Bu koşullarda potansiyel, anomali, bileşen ve gradient tanımlarını birer örnek ile açıklamaya çalışalım. Yatay yönde sonsuza uzanan bir silindirin gravite potansiyeli (Şekil 3.1),

$$U = G\frac{m}{\left(x^2 + z^2\right)^{1/2}} \tag{3.3}$$

ile verilir. Böylesine bir silindirin (Şekil 3.1) kendisinden r

Şekil 3.1

uzaklıkta yaratacağı çekimin yatay ve düşey bileşenleri ise,

$$U = G\frac{m\,x}{x^2 + z^2} \qquad (3.4a)$$

$$U = G\frac{m\,z}{x^2 + z^2} \qquad (3.4b)$$

bağıntıları yardımıyla tanımlanır.

Bu bileşenlerden düşey bileşen [$g_z(x)$] arazide ölçülebilirken yatay bileşen [$g_x(x)$] ölçülemez. Yatay bileşen ancak düşey bileşenden Hilbert Dönüşümleri (HD) yardımıyla (Bkz. Bölüm 3..) hesaplanabilir. Düşey bileşenin gradiyenti [$g_{zx}(x)$] analitik ve sayısal olarak bulunabilirken yatay bileşenin gradienti [$g_{xx}(x)$] ancak analitik olarak bulunabilir. Buraya değin anlatılan kavramlar genelleştirilmiş bir halde Çizelge 3.1 de verilmektedir.

Potansiyel	U	Ölçülemez
Anomali	$g_z(x)$	Ölçülür
	$g_x(x)$	Ölçülemez (HD ile hesaplanır
Gradiyent	$g_{zx}(x)$	Hesaplanır (sayısal sinyallerde)
	$g_{xx}(x)$	Hesaplanır (analitik sinyallerde)

Çizelge 3.1

3.2.1 Anomalilerin ayrımı

Bilindiği gibi doğal potansiyel alanlarda kaynak denetimi kullanıcıda olmadığından kaydedilen veri tüm etkilerin toplamı şeklindedir. Yani diğer bir deyişle derinden yüzeye kadar olan katmanların ortak etkisidir. Bu nedenle anomalilerin birbirinden ayrılması önem kazanır. Yeraltından gelen etkiler rejyonal (bölgesel) ve rezidüel (yerel) olmak üzere ikiye ayrılır ve

$$g_B = g_{rej} + g_{rez} \qquad (3.5)$$

bağıntısı ile tanımlanır. Bu yaklaşım Şekil 3.2 de verilmektedir.

Şekil 3.2

Şeklin incelenmesinden de görüleceği gibi rejyonal anomalilerdüzgün ve yavaş değişim sunarlar ve derinden gelen etkileri simgelerler. Rezidüel anomaliler ise hızlı ve ani değişim sunarlar ve yüzeye yakın etkileri simgelerler.

Rejyonal anomaliler

Bilindiği gibi rejyonal etkiler yavaş ve düzgün değişimler. Uzun dalgaboyuna sahiptirler ve derinden gelen etkileri yansıtırlar. Rejyonal anomalilere en güzel örnek levha tektoniği kuramı içinde yapılan kabuk çalışmalarından elde edilen anomalilerden yararlanılarak verilebilir (Şekil 3.3).

Şekil 3.3

Şekil, bir kıta-okyanus geçişinde topoğrafya ve kabuktaki değişimi simgelemektedir. Bilindiği gibi kabuk kalınlığı kıtalarda 40-50 km okyanuslarda ise 10-15 km civarındadır. Gravite anomalisi; kabuğun kalınlaştığı yerlerde negatif anomali sunmakta, kabuğun inceldiği, diğer bir deyişle mantonun yani daha yoğun olan kesimin yüzeye yaklaştığı yerlerde ise pozitif anomali sunmaktadır.

Rejyonal gravite anomalilerindeki bu durumu Şekil 3.4 te okyanus ortası sırtlarda inceleyelim (Şekil 3.4).

Şekil 3.4

Şekil 3.4, bir okyanus ortası sırtı göstermektedir. Dikkat edilirse burada ilginç bir durumla karşılaşılmaktadır. Bu da bir önceki yaklaşımın tersine kabuğun inceldiği mantonun yüzeye yaklaştığı kesimde pozitif anomali beklenirken, tersine negatif bir anomali ile karşılaşılmaktadır. Bu oluşum ise anormal manto olarak isimlendirilen mantodan kaynaklanmaktadır. Bilindiği gibi sıcaklık yoğunluğu düşürmektedir. Burada da bu durum anormal manto kesiminde görülmekte ve yoğunluğun düşmesi de anomalinin negatif olmasına neden olmaktadır.

Benzer tarz bir bölgesel anomaliyi ise şimdi dalma-batma zonunda inceleyelim (Şekil 3.5).

Şekil 3.5

Anomali pozitif olarak gelmekte, çukurda negatif olmakta daha sonra ise yani ada yayında tekrar pozitife dönmektedir. Ada yayında anomalinin pozitif olması ise burada oluşan kütle fazlalığı ile açıklanmaktadır.

Rezidüel anomaliler

Rezidüel etkiler, rejyonal etkilerin tersine hızlı ve ani değişim sunarlar. Bu tür yapılara örnek olarak önce metamorfik bir yapıyı kesen bir granitik intrüzyonun meydana getireceği anomali (Şekil 3.6) da verilmiştir.

Şekil 3.6

Şekil 3.6 da görüldüğü gibi metamorfiklerin etkisi ile tekdüze görünüm sunan anomali volkanikler üzerinde düşük yoğunlukları nedeniyle hızlı bir düşüş göstermekte ve daha sonra tekrar metamorfiklerin etkisi ile yükselmektedir.

Bu tür metamorfiklere diğer bir örnek ise çöküntü alanlarından verilmektedir (Şekil 3.7).

Şekil 3.7

Şekil 3.6 ya benzer şekilde gravite anomalisi metamorfiklerden tortullara geçerken, tortulların düşük yoğunlukları nedeniyle ani bir şekilde düşmekte ve daha sonra tekrar normale dönmektedir.

3.3 REJYONAL-REZİDÜEL AYIRMA YÖNTEMLERİ

Rejyonal rezidüel ayırımında birçok yöntem kullanılmaktadır. Bunlara en yaygın örnekler olarak;

1. ortalama değer yöntemi,
2. süzgeçleme,
3. trend analizi,
4. analitik uzanımlar,
5. türev yöntemleri,

sayılabilir. İzleyen bölümlerde bu yöntemlere ayrıntılı olarak değinilecektir. Ancak bu yöntemlere girmeden önce sayısal uygulamaların temel ögesini oluşturan örnekleme kuramına kısaca değinmek yararlı olacaktır.

3.3.1 Örnekleme

Bilindiği gibi jeofizikte sayısal (ayrık) verilerle uğraşılır. Bu nedenle de verilerin doğru örneklenmesi oldukça önemli bir yer tutar. Veri-işlemden de bilindiği üzere örnekleme işlemi en genel olarak,

$$\Delta t = \frac{1}{2 f_N} \qquad (3.6)$$

bağıntısı ile tanımlanır. Bu bağıntıda Δt=örnekleme aralığı ve f_N=Nyquist frekansıdır.

(3.6) bağıntısından yararlanarak örnekleme aralığını, sinyal içinde varlığı bilinen en büyük frekansın iki katının tersi olarak ta tanımlanabilir. Bu konu ile ilgili daha ayrıntılı açıklamalar için Jeofizikte Sinyal Kuramı ve Dönüşümler'e (Pınar ve Akçığ 1996) bakınız.

3.3.2 Ortalama değer yöntemi

Bu yöntemin temelini, rejyonal değeri aranan nokta merkez olmak üzere çizilecek uygun yarıçaplı çember üzerinde yer alan Bouguer değerlerinin ortalamasının alınması oluşturur (Şekil 3.8).

Şekil 3.8

Yukarıda değinilen tanımın matematiksel gösterimi ise

$$\Delta g_{rej} = \Delta\overline{g}(r) = \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha=0}^{2\pi}\Delta g(r,\alpha)d\alpha \tag{3.7}$$

şeklindedir. Genellikle rejyonal değer çember üzerindeki eşit aralıklı değerlerin basit aritmetik ortalaması olarak alınır ve

$$g_{rej} \approx \frac{1}{N}(g_1 + g_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + g_N) \tag{3.8}$$

yardımıyla tanımlanır. Çember adedinin birden fazla olması (Şekil 3.9) durumunda ise (3.8) bağıntısı aşağıdaki şekli alır.

Şekil 3.9

$$g_{rej} = K_0\, g_1 + K_1\, g_{r1} + K_2\, g_{r2} + K_3\, g_{r3} \tag{3.9}$$

Burada göz ardı edilmemesi gereken nokta,

$$K_0 + K_1 + K_2 + K_3 = 1 \tag{3.10}$$

koşulunun varlığıdır. Bunun tanımı ise çemberlere ilişkin ağırlık katsayılarının toplamının bir olmasıdır.

Ortalama değer uygulamasının sağlığı seçilecek çemberin grid yarıçapına bağlıdır. Eğer seçilecek çap küçük olursa rejyonal değer Bouguer değerine yaklaşır. Seçilecek çap büyük olursa ise bu takdirde rezidüel değer Bouguer değerine yaklaşır.

3.3.3 Süzgeçleme

Kelime anlamından da anlaşılacağı gibi süzgeçleme bir süzme işlemidir. Yani istenmeyen etkilerin veriden ayıklanması işlemidir. Özellikle bilgisayarların devreye girmesi bu tür veri-işlem yöntemlerinin kullanımını oldukça yaygınlaştırmıştır.
Süzgeçleme işlemi şekilsel olarak (Şekil 3.10) aşağıdaki şekilde tanımlanır.

Şekil 3.10

Şekil 3.10 dan da görüleceği üzere süzgeç girdi ve çıktı ilişkilerini düzenleyen bir düzenektir. Bu işlem ise evrişim tümlemesi yardımıyla aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$\phi'(x) = \int_{-\alpha}^{\alpha} f(\alpha)\phi(x-\alpha)d\alpha \qquad (3.11)$$

İki boyutlu durumda ise (3.11) ile verilen evrişim tümlemesi

$$\phi'(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha,\beta)\phi(x-\alpha\,,y-\beta)d\alpha\,d\beta \qquad (3.12)$$

şeklini alır. (3.12) bağıntısında; ϕ(x,y)=giriş verisi, ϕ'(x,y)=süçgeç çıkışı ve f(x,y)=süzgeç fonksiyonudur.

(3.12) bağıntısı evrişim işleminde, giriş verisi ile süzgeç fonksiyonun boyunun sonsuz olmasının gerektiğini göstermektedir. Gerçekte ise biz sonlu sayıda veri ile uğraştığımız için süzgeç fonksiyonunun boyunun sonlu olması gerekmektedir. Bu da bizi,

$$f(x,y) = 0 \quad \begin{cases} |x| \geq X \\ |y| \geq Y \end{cases} \qquad (3.13)$$

koşuluna götürür. (3.13) yaklaşımı (3.12) bağıntısına uygulanırsa

$$\phi'(x,y) = \int_{-X}^{X}\int_{-Y}^{Y} f(\alpha,\beta)\phi(x-\alpha\,,y-\beta)d\alpha\,d\beta \qquad (3.14)$$

elde edilir. (3.14) bağıntısı daha basit bir gösterim ile,

$$\phi'(x,y) = f(x,y) * \phi(x,y) \qquad (3.15)$$

şeklinde yazılabilir. (3.15) bağıntısında her iki tarafın Fourier dönüşümü alınırsa,

$$\Phi'(u,v) = F(u,v)\,\Phi(u,v) \qquad (3.16)$$

bağıntısına ulaşılır ki bu da zaman ortamında evrişim işleminin frekans ortamında çarpım işlemine eşdeğer olduğunu gösterir.

(3.16) bağıntısındaki F(u,v) dalgasayısı tepki fonksiyonu veya transfer (dönüşüm) işlevi olarak isimlendirilir. Bu fonksiyon, çıktının girdiye oranı olarak ta tanımlanır. Uygulamada kullanılan süzgeçlerin özellikleri, dalgasayısı tepki fonksiyonlarından yararlanılarak incelenebilir.
Uygulamada kullanılan süzgeçler alçak geçişli, yüksek geçişli bant geçişli ve bant durdurucu olmak üzere dört grupta toplanabilir.

Alçak geçişli süzgeçler seçilen bir frekanstan daha düşük olanları geçiren diğerini süzen süzgeçlerdir (Şekil 3.11). Bu süzgeç türünde sığ değişimler (rezidüel etkiler) süzülür rejyonal etkiler geçirilir.

Şekil 3.11

Yüksek geçişli süzgeçler ise seçilen bir frekanstan küçük olanları süzen, büyük olanları geçiren bir süzgeç türüdür (Şekil 3.12). Bu süzgeç türünde ise derin etkiler (rejyonal etkiler) süzülür, sığ etkiler geçirilir.

Şekil 3.12

Bant geçişli süzgeçlerde ise öngörülen iki bant arasında kalan değişimler geçirilir diğerleri süzülür (Şekil 3.l3).

Şekil 3.13

Bant durdurucu süzgeçlerde ise öngörülen iki frekans bandı arasında kalan değişimler süzülürken bu frekanslardan küçük ve büyük olan değişimler aynen geçirilir (Şekil 3.14).

Şekil 3.14

(3.16) bağıntısı ile tanımlanan F(u,v) frekans tepki işlevi

$$F(u,v) = \int_{-X}^{X}\int_{-Y}^{Y} f(x,y)\exp[-2\pi i(ux+vy)]dx\,dy \qquad (3.17)$$

ile verilir. Zaman ortamında örnekleme aralığı x=y=1 olmak üzere ayrık veri durumunda (3.17) bağıntısı ile verilen dalgasayısı tepki fonksiyonu

$$F(u,v) = 4\sum_{n=0}^{Y}\sum_{k=0}^{X} w(k,n)\cos(2\pi nv)\cos(2\pi ku) \qquad (3.18)$$

şeklini alır. Burada göz önünde bulundurulması gereken nokta f(x,y) fonksiyonunun x ve y eksenlerine göre çift olduğudur.

Dalgasayısı ortamı örnekleme adımları u ve v, Nyquist frekansının tam katları olmak üzere (3.18) bağıntısından yararlanarak süzgeç katsayıları w(k,n),

$$w(k,n) = 4\sum_{l=0}^{0.5/\Delta u}\sum_{m=0}^{0.5/\Delta v} F(l\Delta u, m\Delta v)\cos(2\pi l\Delta u)\cos(2\pi m\Delta v n) \qquad (3.19)$$

olarak elde edilir. Süzgeç boyunun seçiminde, kesin bir sınırlama yoktur genelde deneme-sınama yöntemi yardımıyla saptanır. Ancak, bu konuda kesin bir kriter olmamasına karşın, kesme dalgaboyunun l.5 katı olması şeklinde bir öneri vardır (Zurflueh 1967). Şimdi bu olayı bir örnekle açıklayalım.

Kesme dalgaboyu,

$$\lambda = \text{örnekleme aralığı/ kesme dalgasayısı} \tag{3.20}$$

bağıntısı ile verilir. Şimdi elimizdeki örneklenmiş veri x=y=5 km olsun. Öngörülen kesme dalgasayısı 0.1 devir/veri aralığı olmak üzere kesme dalgaboyu,

$$\lambda = \frac{5}{0.1} = 50 \text{ km}$$

olarak bulunur. Buradan önerilen süzgeç boyu,

$$50 \times 1.5 = 75 \text{ km}$$

olarak elde edilir.

Uygulamada süzgeç/veri boyunun sınırlanmasında pencere fonksiyonları kullanılır. Değişik tür ve özellikte pencere fonksiyonları vardır. Burada bunlara bir örnek olması amacıyla cos pencere fonksiyonu bağıntısı tanıtılacaktır.

Bu fonksiyon,

$$S(k,n) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}\left\{1 + \cos\left[\dfrac{\pi\left(k^2 + n^2\right)^{1/2}}{\left(X^2 + Y^2\right)^{1/2}}\right]\right\} & \begin{bmatrix} |k| < X \\ |n| < Y \end{bmatrix} \\ 0 & \begin{bmatrix} |k| > X \\ |n| > Y \end{bmatrix} \end{cases} \tag{3.21}$$

olarak tanımlanır. Bu fonksiyonunun kullanım şekli ise zaman ortamında veri ile pencere fonksiyonunun bire bir çarpımı şeklindedir. Anılan işlem ise,

$$w'(k,n) = w(k,n).S(k,n) \tag{3.22}$$

şeklinde tanımlanır. Sonuçta süzgeçleme işlemi (3.15) bağıntısı kullanılarak gerçekleştirilir

Süzgeçleme işlemine örnek olmak üzere Akçığ (1983) tarafından Ege Bölgesi'nde gerçekleştirilmiş bir çalışmadan alınmış örnekler Şekil 3.15, 3.16, 3.17 ve 3.18 de verilmektedir. Şekil 3.15, 0.5 devir/veri aralığı kesme dalgasayısına sahip alçak geçişli süzgeç haritasını göstermektedir. Şekil 3.16, 0.1 kesme dalgasayılı alçak geçiş, Şekil 3.17 ise 0.1

kesme dalgasayılı yüksek geçiş ve Şekil 3.18 de 0.1-0.2 kesme dalgasayılı bant geçiş süzgeç haritalarını göstermektedir.

3.3.4 Trend analizi

Trend analizi eldeki veriye matematiksel olarak uygun bir yüzeyin uydurulması işlemidir. Bu tanımdaki matematiksel yüzey, jeofizikte bölgesel (rejyonal) ve bu yüzeyden olan sapmalar da kalıntı (rezidüel) olarak isimlendirilir. Bu tanım matematiksel olarak,

$$R_i = G_i - T_i \qquad (3.23)$$

olarak verilir. Bu bağıntıda G_i=gözlem değerleri, T_i=trend değerleri ve R_i=kalıntı değerleridir.

Trend analizinin yapılabilmesi için iki istatistiksel varsayım yapılır. Bunlar:

1. Kalıntılar gelişigüzel dağılım gösterirler (ortak varians-=0).
2. Tüm verinin kalıntılar toplamı sıfırdır ($\sum_{i=1}^{n} R_i = 0$).

Şekil 3.15

Şekil 3.16

Şekil 3.17

Şekil 3.18

Yöntemin uygulaması ise, gözlenen ile hesaplanacak trend arasındaki farkların karelerinin toplamının en küçük olması temeline dayanır. Bu tanım,

$$\sum_{i=1}^{n} R_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (G_i - T_i)^2 = \text{en küçük} \qquad (3.24)$$

bağıntısı ile verilir. Bu yaklaşım içeriğinde trendi belirleyen polinomun katsayılarını hesaplanabilir.

Uygulamada trend analizi iki tür polinom kullanılarak yapılabilir. Bunlar;

1. normal polinomlar,
2. ortogonal polinomlar,

dır.

Normal polinomlardan yararlanarak çift boyutlu halde trend yüzeyi,

$$T(x,y) = A_{00} + A_{10}\,x + A_{01}\,y + A_{11}\,x\,y + ... + A_{pq}\,x^p\,y^q \qquad (3.25)$$

bağıntısı ile, tek boyutlu halde,

$$T(x) = A_0 + A_1\,x + A_2\,x^2 + ... + A_p\,x^p \qquad (3.26)$$

bağıntısı ile ve ortogonal polinomlardan yararlanarak ta

$$T(x,y) = E_{00} + E_{10}\,P_{10}(x,y) + E_{10}\,P_{10}(x,y) + E_{10}\,P_{10}(x,y) + ... + E_{pq}\,P_{pq}(x,y) \qquad (3.27)$$

bağıntısı ile tanımlanır.

Jeofizikte potansiyel alan verileri iki boyutlu olduklarından trend analizi uygulaması normal polinomlar kullanılarak yapıldığında aşırı bilgisayar zamanı kullanmayı gerektirir. Bu nedenle uygulamada çoğu kez ortogonal polinomlar kullanılır.

Bilindiği gibi en küçük kareler yaklaşımının temelini serbest değişkene göre türev alarak normal denklemleri oluşturup, bu denklem sistemlerini çözerek katsayıların bulunması oluşturur. Bu konulara daha önce değinildiği için burada hatırlatma açısından sadece dizey sistemi aşağıdaki bağıntı ile verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} n & \sum x_i \\ \sum x_i & \sum x_i^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum G_i \\ \sum x_i\,G_i \end{bmatrix} \qquad (3.28)$$

Kurulacak denklem sistemleri ile istenen derece trend hesaplanabilir. Aslında en ideal trend verinin kendisidir. Ancak uygulamada en uygun trend yüzeyi, istatistiksel sınamalar (korelasyon katsayısı, F-testi, t–testi vd.) yardımıyla belirlenir. Bu sınamalar ile ilgili ayrıntılı bilgiler tüm istatistik kitaplarında bulunmaktadır.

Trend analizi uygulamasına ilişkin bir örnek Şekil 3.19 da verilmektedir. Ege Bölgesi'ne ilişkin bu örnekte öngörülmüş trend derecesi 6 dır.

Şekil 3.19

3.3.5 Analitik uzanımlar

Belirli bir düzlemde kaydedilen potansiyel alan verileri, ölçü düzleminin üstünde veya altındaki bir düzlemde eğer kaynak yoksa kuramsal olarak hesaplanabilir. Bu işlemler analitik uzanım olarak isimlendirilir. Analitik uzanımlar yukarı ve aşağı olmak üzere ikiye ayrılır. Yukarı uzanımlar rejyonal aşağı uzanımlar ise rezidüel etkilerin belirlenmesinde kullanılırlar.

Potansiyel kuramdan yararlanarak z=0 düzlemindeki Δg değerinin, h kadar yüksekteki bir düzlemdeki değeri Henderson ve Zietz (1949) tarafından,

$$\Delta g(x,y,h)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{h\,\Delta g(\alpha,\beta,0)\,d\alpha\,d\beta}{2\pi\left[(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2+h^2\right]^{3/2}} \tag{3.29}$$

olarak verilmiştir.

(3.12) bağıntısı göz önüne alındığında, (3.29) un bir evrişim tümlemesi olduğu gözlenmektedir. Sıfır düzlemindeki potansiyel alan verisi ile f(x,y,h) uzanım işlecinin evrişimi de h kadar yukarıdaki düzlemdeki potansiyel alan değerini vermektedir. Bu koşullarda uzanım işleci genel olarak,

$$f(x,y,h)=\frac{h}{2\pi\left(x^2+y^2+h^2\right)^{3/2}} \tag{3.30}$$

bağıntısı ile verilir. (3.30) ile tanımlanan uzanım işlecinin dalgasayısı tepkisi ise,

$$F(u,v,h)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{h\,e^{-2\pi i(ux+vy)}}{2\pi\left(x^2+y^2+h^2\right)^{3/2}}\,dx\,dy \tag{3.31}$$

yardımıyla bulunur. (3.31) tümlemesinin çözümünden, yukarı doğru uzanım işlecinin dalgasayısı tepki bağıntısı (3.32) ile

$$F_Y(u,v,h)=e^{-2\pi h\left(u^2+v^2\right)^{1/2}} \tag{3.32}$$

verilir. Yukarı doğru uzanım dalgasayısı tepki fonksiyonunun değiğişimi ise Şekil 3.20 de verilmektedir.

Şekil 3.20

Benzer şekilde aşağı uzanım dalgasayısı tepki fonksiyonu ise (3.33) bağıntısı ile,

$$F_Y(u,v,h)=e^{2\pi h\left(u^2+v^2\right)^{1/2}} \tag{3.33}$$

verilir. Aşağı uzanım tepki fonksiyonu ise Şekil 3.21 de görülmektedir.

Şekil 3.21

Uzanım işlemini gerçekleştirebilmek için, önce (3.32) veya (3.33) ile verilen tepki işlevi oluşturulur. Daha sonra bu tepki işlevinin ters Fourier dönüşümü alınarak uzay (zaman) ortamına geçilir. Elde edilen işleç, sıfır düzlemindeki veri ile evriştirilerek istenilen düzlemdeki analitik uzanım işlemi gerçekleştirilmiş olur.

Şekil 3.22 ve 3.23 te, Şekil 3.15 teki sıra ile orijinal haritanın bir veri aralığı yukarı ve bir aralığı aşağı uzatılmış şekli görülmektedir.

Şekil 3.22

Şekil 3.23

3.3.6 Türev yöntemleri

Rejyonal-reziduel ayırımında kullanılan yöntemlerden bir tanesi de türev yöntemleridir. Bilindiği gibi Δg gravite değeri uzaklığın karesi ile, ikinci türevi ise uzaklığın dördüncü kuvveti ile ters orantılıdır. Bu nedenle de Bouguer anomali haritasında düzgün değişen fonksiyonlar türev haritasında bulunmayacaktır. Diğer bir deyişle derin etkiler yok olacak sadece yüzeye yakın etkiler kalacaktır. 2. türev yöntemi yüksek geçişli bir süzgeçleme işlemidir ve yüzeye yakın sığ etkileri görmek için yapılır.

Şekil 3.24 de görüldüğü gibi bir A noktasındaki gravite değeri $g(r,\alpha)$ ise P noktasındaki g_z değeri

Şekil 3.24

$$g_z = \frac{1}{2\pi}\int_{r=0}^{\infty}\int_{\alpha=0}^{2\pi}\frac{g(r,\alpha)z}{\left(r^2+z^2\right)^{3/2}}\,r\,dr\,d\alpha \tag{3.34}$$

bağıntısı ile tanımlanır. Gauss teoreminden bilindiği üzere ortalama değer (3.7) bağıntısı ile

$$\Delta\bar{g}(r) = \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha=0}^{2\pi}\Delta g(r,\alpha)\,d\alpha$$

şeklinde tanımlanmıştı. Bu yaklaşım (3.34) te yerine konursa

$$g_z = \frac{1}{2\pi}\int_{r=0}^{\infty}\bar{g}(r)\frac{z\,r\,dr}{\left(r^2+z^2\right)^{3/2}} \tag{3.35}$$

elde edilir. Uygulamada (3.35) bağıntısı türev hesaplamalarında

$$\left[\frac{\partial g}{\partial z}\right]_{z=0} \qquad \left[\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right]_{z=0}$$

yaklaşımları yardımıyla kullanılır. Uygulamada farklı türev bağıntılarının kullanılmasına neden, $\bar{g}(r)$ nin tanımlanmasından kaynaklanmaktadır.

Örneğin Elkins (.........) $\overline{g}(r)$ yi bir doğru olarak kabul etmektedir. $\overline{g}(r)$ yi merkez civarında kuvvet serisine açarak,

$$\overline{g}(r) = a_0 + a_2 r^2 + \dots\dots\dots\dots\dots\dots \qquad (3.36)$$

şeklinde tanımlamıştır. Baranov ise 4. dereceden yaklaşımla

$$\overline{g}(r) = a_1 + b_1 r^2 + c_1 r^4 \dots\dots\dots\dots\dots\dots \qquad (3.37)$$

olarak tanımlar.

Genel olarak türev bağıntıları

$$\left[\frac{\partial g}{\partial z}\right]_{z=0} = \frac{1}{s}\sum_i A_i\, \Delta\overline{g}(r_i) \qquad (3.38)$$

$$\left[\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right]_{z=0} = \frac{R}{s^2}\sum_i B_i\, \Delta\overline{g}(r_i) \qquad (3.39)$$

şeklindedir. Bu bağıntılarda s=grid aralığı, K=katsayı ve A_i ile B_i ise $g(r_i)$ ye ait katsayıdırlar.

Şekil 3.25 te genel olarak bir türev abağı verilmektedir.

Şekil 3.25

Değişik yazarlar tarafından oluşturulmuş ikinci türev formüllerine ilişkin bazı örnekler aşağıda verilmektedir.

Baranov;

$$\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = \frac{1}{25 s^2}\left(144\, g_0 - 185\,\overline{g}_s + 40\,\overline{g}_{s\sqrt{2}} + \overline{g}_{s\sqrt{5}}\right) \qquad (3.40)$$

Elkins;

$$\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = \frac{1}{64 s^2}\left(64\, g_0 - 8\,\overline{g}_s + 16\,\overline{g}_{s\sqrt{2}} - 40\,\overline{g}_{s\sqrt{5}}\right) \qquad (3.41)$$

İkinci türev hesaplamasında Fourier dönüşümleri de kullanılır. Bilindiği gibi potansiyel, kütlenin bulunmadığı yerde Laplace denklemini gerçekler ve bu yaklaşım

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}=0 \tag{3.42}$$

bağıntısı ile tanımlanır. (3.42) bağıntısı aşağıdaki şekilde düzenlenirse,

$$\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}=-\left[\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}\right] \tag{3.43}$$

elde edilir. z=0 düzlemindeki g(x,y) potansiyel verisi Fourier dönüşümünden yararlanarak,

$$g(x,y)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\Phi(u,v)\exp[2\pi i(ux+vy)]du\,dv \tag{3.44}$$

bağıntısı ile verilir. (3.43) yaklaşımı x ve y yönünden sırası ile (3.44) yaklaşımına uygulanırsa,

$$\frac{\partial^2 g(x,y)}{\partial x^2}=-\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}4\pi^2u^2\,\Phi(u,v)\exp[2\pi i(ux+vy)]du\,dv \tag{3.45}$$

$$\frac{\partial^2 g(x,y)}{\partial y^2}=-\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}4\pi^2v^2\,\Phi(u,v)\exp[2\pi i(ux+vy)]du\,dv \tag{3.46}$$

elde edilir. (3.45) ve (3.46), (3.43) te yerine konulursa

$$\frac{\partial^2 g(x,y)}{\partial z^2}=-\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}4\pi^2(u^2+v^2)\Phi(u,v)\exp[2\pi i(ux+vy)]du\,dv \tag{3.47}$$

bağıntısına ulaşılır. (3.44) ve (3.47) karşılaştırıldığında, z yönündeki ikinci türevin Fourier dönüşümünün

$$\Phi''(u,v)=4\pi^2(u^2+v^2)\Phi(u,v) \tag{3.48}$$

bağıntısı ile bulunabileceği görülür. (3.48) bağıntısında

$$F(u,v)=4\pi^2(u^2+v^2) \tag{3.49}$$

olmak üzere,

$$\Phi''(u,v)=F(u,v)\Phi(u,v) \tag{3.50}$$

elde edilir. (3.49) bağıntısı ikinci türev işlecinin frekans tepki işlevidir.

2. türev işlecinin oluşturulmasında (3.49) bağıntısından yararlanılır. Önce işlecin frekans tepki işlevi oluşturulur. İkinci aşamada bu işleç ters Fourier dönüşümü ile zaman ortamına geçirilerek uzay ortamı katsayıları bulunur. Bu katsayılar ile de veri evriştirilerek ikinci türev

anomali haritası elde edilir. Benzer tarz yaklaşımlar kullanılarak daha üst mertebeden türev alma işlemleri de gerçekleştirilebilir.

3.4 MODELLEME ÇALIŞMALARI

Gravite anomalilerinin değerlendirilmesinde, anomaliyi yaratan yeraltı yapısının geometrik şeklinin aranması modelleme çalışmalarının temelini oluşturur. Oluşturulacak geometrik modelin, yaratacağı anomali hesaplanarak elde edilen veriler, araziden ölçülmüş gravite verileri ile karşılaştırılarak, önkestirilen modelin yapıyı ne oranda yansıtabildiği araştırılır. Modelleme bilindiği gibi düz çözüm olarak ta adlandırılır.

Bu çalışmalar, önce kuramsal bağıntısı bilinen küre, silindir, basamak yapı, çokgen vd. gibi yapılar kullanılarak oluşturulmuştur. Ancak bu ideal yapılara yeraltında hiçbir zaman rastlanamaz. Bu nedenle kuramsal bağıntısı bilinmeyen anomalilerin modellenebilmesi Talwani (1959) tarafından geliştirilen modelleme yöntemiyle aşılmıştır.

3.4.1 Nokta kütle veya küre

Kütlesi m olan bir kürenin dışındaki bir P noktasında yaratacağı anomali (Şekil 3.26),

$$g = -G\frac{m(z-d)}{\left[x^2 + y^2 + (z-d)^2\right]^{3/2}} \qquad (3.51)$$

bağıntısı ile verilir. P noktasının yeryüzü düzleminde (z=0) olması durumunda ise (3.51) bağıntısı,

$$g = -G\frac{m\,d}{\left(r^2 + d^2\right)^{3/2}} \qquad (3.52)$$

$$r^2 = x^2 + y$$

şeklini alır.

Şekil 3.26

(3.52) bağıntısı ile verilen çekimin düşey yönünde (d) iki kez türevi alınırsa,

$$g = \frac{3G\,m\,d\left(2d^2 - 3z^2\right)}{\left(r^2 + d^2\right)^{7/2}} \qquad (3.53)$$

elde edilir. (3.52) ve (3.53) ten yararlanarak oluşturulan anomaliler Şekil 3.27 de verilmektedir.

Şekil 3.27

(3.52) bağıntısından yararlanarak küre şekilli bir cismin derinliğinin ve kütlesinin nasıl bulunacağını görelim. g çekim ivmesi en büyük değerini merkezde (r=0) alır. Bu koşul altında (3.52) bağıntısı,

$$g_{max} = G\frac{m}{d^2} \tag{3.54}$$

şeklini alır. Anomalinin yarı değeri ise (max/2),

$$\frac{1}{2}g_{max} = \frac{G\,m\,d}{\left(x_{1/2}^2 + d^2\right)^{3/2}} \tag{3.55}$$

bağıntısı ile verilir. (3.54) ve (3.55) ten

$$\frac{G\,m\,d}{\left(x_{1/2}^2 + d^2\right)^{3/2}} = \frac{G\,m}{2d^2}$$

$$2d^2 = \left(x_{1/2}^2 + d^2\right)^{3/2}$$

$$d = 1.305\,x_{1/2} \tag{3.56}$$

bulunur. (3.56) bağıntısı küre şekilli cismin derinlik bağıntısıdır. Derinlik belirlendikten sonra (3.54) den yararlanarak ta kütle,

$$m = \frac{g_{max}\,d^2}{2} \tag{3.57}$$

eşitliğinden kolaylıkla hesaplanabilir.

3.4.2 Yatay sonsuz uzun tel veya silindir

İki yönde sonsuza uzanan yatay bir silindir veya ince bir telin kesitinin kütlesi m(λ) olsun. Böylesine bir yapının z=0 düzleminde (Şekil 3.28) oluşturacağı anomali,

$$g = 2G\,m\frac{h}{x^2 + h^2} \tag{3.58}$$

denklemi ile tanımlanır.
Küre modeline benzer şekildeki yaklaşımlar burada da uygulanırsa derinlik ve kütle bağıntıları

$$d = x_{1/2} \tag{3.59}$$

$$m = \frac{g_{max}\,d}{2G} \tag{3.60}$$

ile verilir.

Şekil 3.28

3.4.3 Yatay yarı sonsuz tabaka

Yeraltında, x yönünde 0 dan ∞ a, y yönünde de -∞ dan ∞ a uzanan bir plakanın yeryüzünde P(x,y,0) noktasında yaratacağı gravite anomalisi

Şekil 3.29

$$g = G \int_{-\infty}^{0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma h \, dx' \, dy'}{\left[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2\right]^{3/2}} \tag{3.61}$$

tümlemesi ile tanımlanır. Bu tümlemenin çözümü ise bizi,

$$g = 2G\sigma\left[\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\frac{x}{h}\right] \tag{3.62}$$

bağıntısına ulaştırır. (3.62) bağıntısında parantez içi Şekil 3.29 daki ϕ açısına eşit olduğundan (3.62)

$$g = 2G\sigma\phi \tag{3.63}$$

şeklini alır. Bu yapının x ekseni yönünde de ∞ a uzanması nedeniyle $\phi=\pi$ olacaktır. Dolayısı ile (3.63) bağıntısı

$$g = 2\pi G\sigma \tag{3.64}$$

haline gelir. Yarı sonsuz düzlem yerine kalınlığı t olan bir tabaka alınırsa

$$\sigma = \rho t \tag{3.65}$$

olur. (3.65) yaklaşımı (3.63) ve (3.64) e uygulanırsa

$$g = 2G\rho t\phi \tag{3.66}$$
$$g = 2\pi G\rho t \tag{3.67}$$

elde edilir. (3.67) bağıntısı bilindiği gibi jeofizikte Bouguer düzeltmesi olarak bilinir (Bkz. Bölüm 2.4.2). (3.66) bağıntısı ise düşey bir fayın gravite bağıntısını verir. Dikkat edilirse ufak bir değişiklikle yatay yarı sonsuz bir tabaka yaklaşımı fay probleminin çözümüne ulaşmıştır.

3.4.4 Kesiti paralelkenar olan prizma

Üst yüzünün derinliği d, alt yüzünün derinliği D ve genişliği b olan dayk türü bir yapının (Şekil 3.30) gravite anomalisi

$$\Delta g = 2G\Delta\rho\left\{\left[x\sin\alpha + d\cos\alpha\right]\left[\sin\alpha\ln\frac{r_2 r_3}{r_1 r_4} + \cos\alpha\left(\phi_2 - \phi_1 + \phi_3 - \phi_4\right)\right]\right.$$
$$\left. + b\sin\alpha\left[\sin\alpha\ln\frac{r_4}{r_3} + \cos\alpha\left(\phi_4 - \phi_3\right)\right] + D\left(\phi_2 - \phi_1\right) - d\left(\phi_1 - \phi_3\right)\right\} \quad (3.68)$$

bağıntısı ile verilir.

Şekil 3.30

(3.68) bağıntısında $r_3=r_4\rightarrow\infty$ olduğu takdirde $\phi_3=\phi_4=0$ olur ve (3.68) bağıntısı

$$\Delta g = 2G\Delta\rho\left\{\left[x\sin\alpha + d\cos\alpha\right]\left[\sin\alpha\ln\frac{r_2}{r_1} + \cos\alpha\left(\phi_2 - \phi_1\right)\right] + D\phi_2 - d\phi_1\right\} \quad (3.69)$$

şeklini alır. (3.69) bağıntısı eğik bir fayın (Şekil 3.31) P noktasında yaratacağı gravite anomalisidir.

Şekil 3.31

Eğer α açısı çok küçük olursa o zaman fay düzlemi yataya yakın bir şekil alır ve,

$$r_2 = r_1 \quad , \quad \phi_2 - \phi_1 = \pi \quad , \quad d\phi_1 = 0 \quad , \quad \cos\alpha = 1$$

yaklaşımları göz önüne alınarak ve (3.69) bağıntısı tekrar düzenlenirse

$$\Delta g = 2G\Delta\rho\left\{\pi\left[x\sin\alpha + d\right] + D\phi_2\right\} \quad (3.70)$$

elde edilir.

3.4.5 Talwani modellemesi

Potansiyel teoriden bilindiği üzere dik koordinat sisteminde bir nokta kütlenin (Şekil 3.32) gravite anomalisi (O noktasında),

Şekil 3.32

$$\Delta g = 2G\rho \iint_S \frac{z}{x^2 + z^2} \, dx \, dz \tag{3.71}$$

h

bağıntısı ile verilir. Eğer aynı bağıntıyı (z,θ) koordinat sisteminde yazacak olursak

$$\Delta g = 2G\rho \iint_S d\theta \, dz \tag{3.72}$$

şeklini alır. (3.72) eşitliği Şekil 3.32 deki taralı alan için yazılacak olursa,

$$\Delta g = 2G\rho \int_0^z d\theta \, dz = 2G\rho z \, d\theta \tag{3.73}$$

elde edilir. Eğer AB nin etkisi bulunmak istenirse (3.73) bağıntısı,

$$\Delta g = 2G\rho \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} z \, d\theta \tag{3.74}$$

şeklini alır. z nin θ, x_i, x_{i+1}, z_i ve z_{i+1} cinsinden karşılığı

$$z = \frac{x_{i+1}(z_{i+1} - z_i) - z_{i+1}(x_{i+1} - x_i)}{\cot an\theta(z_{i+1} - z_i) - (x_{i+1} - x_i)} \tag{3.75}$$

dır. Son eşitlik, (3.71) de yerine konursa,

$$\Delta g = 2G\rho \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \frac{x_{i+1}(z_{i+1} - z_i) - z_{i+1}(x_{i+1} - x_i)}{\cot an\theta(z_{i+1} - z_i) - (x_{i+1} - x_i)} d\theta \tag{3.76}$$

elde edilir. (3.76) tümlevi çözüldüğünde

$$\Delta g = 2G\rho \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i z_{i+1} - z_i x_{i+1}}{(z_{i+1} - z_i)^2 - (z_{i+1} - z_i)^2} \left[(x_{i+1} - x_i)(\theta_{i+1} - \theta_i) + \frac{1}{2}(z_{i+1} - z_i) \ln \frac{r_{i+!}}{r_i} \right] \tag{3.77}$$

elde edilir. Bu bağıntıda

$$r_i = (x_i^2 + z_i^2)^{1/2} \quad , \quad \theta_i = \tan^{-1} \frac{z_i}{x_i}$$

dır. (3.77) bağıntısı yeraltında bulunan çokgen şekilli cismin O noktasında yaratacağı gravite anomali bağıntısıdır ve Talwani modelleme yöntemi olarak bilinir.

3.5 TERS ÇÖZÜM VE GÜÇ SPEKTRUMU TEKNİKLERİ

Veri-işlem yöntemleri yardımıyla yapılan yorumlama çalışmaları potansiyel alan verilerinin yorumlanmasında oldukça yararlı sonuçlar vermektedir. Ancak sonsuz çözüme sahip bu tür potansiyel alan verilerinden daha sağlıklı parametre kestirimi için birden fazla değerlendirme yöntemleri kullanılmalıdır. Bu nedenle kestirimler diğer tekniklerle desteklenmelidir. Dolayısı ile ters çözüm ve güç spektrumu yöntemleri, değerlendirmede kullanılır.

3.5.1 Ters çözüm yöntemi

Gözlenen ile kestirilen değerler arasındaki farkların karelerinin toplamını en küçük yapan EKK yöntemi ters çözümün de temelini oluşturur. Yöntem doğrusal ve doğrusal olmayan çözümler olmak üzere ikiye ayrılır. Doğrusal olmayan ters çözüm yöntemlerinde çözüme yineleme ve optimizasyon yöntemleri ile ulaşılabilmektedir.

Gözlem değerleri ile kuramsal değerler arasındaki farkın karelerinin parametrelere göre türevlerinin alınarak, türev denklemlerinin sıfıra eşitlenmesi yanılgıyı en küçükleştirme amacına yöneliktir. Yapılan bu işlem EKK olarak bilinir.

Herhangi bir denklemde, analitik bağıntıdan kestirilen parametreleri kullanarak hesaplama yolu ile bulunan $\hat{G}_i$ ve gözlem değerleri de G_i (i=1,2,...,n) ile gösterilirse her bir gözlem değerindeki yanılgı

$$\Phi = G_i - \hat{G}_i \qquad i = 1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots\ldots, n \tag{3.78}$$

ile verilir. Bu bağıntıda; n=istasyon sayısı, G_i =i istasyonda gözlenen değer, $\hat{G}_i$ =i istasyonda kestirilen parametrelere göre hesaplanan değer ve Φ=yanılgıdır.

EKK yöntemi ise en genel halde;

$$\Phi = \sum_{i=1}^{n} \left(G_i - \hat{G}_i\right)^2 = \text{en küçük} \tag{3.79}$$

yaklaşımı ile tanımlanır. Şimdi öngörülen bu yaklaşımı gravitede bir küre problemine uygulayalım. Bir kürenin kendisinden r mesafedeki bir noktada yaratacağı çekim bağıntısı

$$\hat{G}_i = \frac{mz}{\left(x_i^2 + z^2\right)^{3/2}} \tag{3.80}$$

olarak verilir. Bu bağıntıda; x=bağımsız değişken ve $\hat{G}_i$ ise x e bağımlı değişkendir. (3.80), (3.79) da yerine konursa:

$$\Phi = \sum_{i=1}^{n} \left[G_i - \frac{mz}{\left(x_i^2 + z^2\right)^{3/2}} \right]^2 \tag{3.81}$$

elde edilir. (3.81) bağıntısında mz=a konularak parametrelere göre türev alınırsa,

$$\Phi = \sum_{i=1}^{n} \left[G_i - \frac{a}{\left(x_i^2 + z^2\right)^{3/2}} \right]^2$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial a} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{G_i}{\left(x_i^2 + z^2\right)^{3/2}} = a \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\left(x_i^2 + z^2\right)^3} \qquad (3.82)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{G_i}{\left(x_i^2 + z^2\right)^{5/2}} = a \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\left(x_i^2 + z^2\right)^4} \qquad (3.83)$$

(3.82) ve (3.83) denklemlerinden a yok edilirse,

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} G_i \left(x_i^2 + z^2\right)^{3/2}}{\sum_{i=1}^{n} G_i \left(x_i^2 + z^2\right)^{5/2}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i^2 + z^2\right)^{-3}}{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i^2 + z^2\right)^{-4}} \qquad (3.84)$$

$$F_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} G_i \left(x_i^2 + z^2\right)^{3/2}}{\sum_{i=1}^{n} G_i \left(x_i^2 + z^2\right)^{5/2}} \qquad (3.85)$$

$$F_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i^2 + z^2\right)^{-3}}{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i^2 + z^2\right)^{-4}} \qquad (3.86)$$

elde edilir.

F_1 ve F_2 fonksiyonlarının kesim noktası bize gerçek z derinliğini verir. θ açısı ise problemimizin yakınsaklığının bir ölçüsüdür. θ açısı büyüdükçe yakınsama da o oranda hızlı olur (Şekil 3.33). z derinliği bulunduktan sonra (3.82) veya (3.83) bağıntılarından herhangi biri kullanılarak ilk önce a, daha sonrada mz=a bağıntısından da m bulunur. Örnek olarak 500 m derinlikte 400 kg/m^3 yoğunluklu ve 200 m yarıçaplı bir kürenin anomalisi hesaplanmış, (3.85) ve (3.86) bağıntıları kullanılarak ta $F_1(z)$ ve $F_2(z)$ değerleri grafiklenmiştir (Şekil 3.33).

Şekil 3.33

Gravitede düşünülen bu basit problemin bile doğrusal olmaması yüzünden yukarıda anlatılan yol ile çözüme gitmek çok zordur. Görüldüğü gibi θ açısının oldukça küçük olması nedeni ile $F_1(z)$ ve $F_2(z)$ fonksiyonlarının kesim noktaları ayırt edilememektedir (problemin yakınsamaması). Eğer sorun daha karışık ise kargaşa daha da artmaktadır. Bu problemlerin önüne geçebilmek için çözümde daha başka yaklaşımlar gereklidir.

Yukarıda öngörülen yaklaşım (3.79) bağıntısını en küçük yapan parametre değerleri için G_i nin kestirilen parametre değerleri arasında Taylor serisine açılıp iki veya daha yüksek dereceli terimlerinin yok edilmesi sonucu,

$$G_i = \hat{G}_i + \sum_{j=1}^{k} \left.\frac{\partial G_i}{\partial \beta_k}\right|_{\beta_i=\hat{\beta}_j} \Delta\beta_j \qquad (3.87)$$

eşitliği ile bulunur. Bu eşitlik yeniden düzenlenirse,

$$G_i - \hat{G}_i = \sum_{j=1}^{k} \left.\frac{\partial G_i}{\partial \beta_k}\right|_{\beta_i=\hat{\beta}_j} \Delta\beta_j \qquad (3.88)$$

elde edilir. (3.88) dizey normunda

$$\{\Delta G\} = \{P\}.\{\Delta\beta\} \qquad (3.89)$$

şeklinde yazılabilir. (3.89) un her iki tarafı P^T (P dönük) ile çarpılırsa

$$P^T \Delta G = P^T P \Delta\beta \qquad (3.90)$$

bulunur. Buradan da

$$\Delta\beta = \left(P^T P\right)^{-1} P^T \Delta\beta \qquad (3.91)$$

yardımı ile bulunur. $\Delta\beta$ parametre düzeltme teriminin en küçük olması Φ yi en küçük yapar ki bu da aranan çözümdür.

3.5.2 Güç spektrumu analizi

Bir f(x) fonksiyonunun Fourier dönüşümü

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\omega x}\, dx \qquad (3.92)$$

bağıntısından elde edilir. Karmaşık bir büyüklük olan $F(\omega)$ nın gerçel kısmı $P(\omega)$ ve sanal kısmı $iQ(\omega)$ olmak üzere en genel halde

$$F(\omega) = P(\omega) + i\,Q(\omega) \qquad (3.93)$$

bağıntısı ile tanımlanır. (3.93) ten yararlanarak ta genlik spektrumu,

$$A(\omega) = |F(\omega)| = \left(P^2 + Q^2\right)^{1/2} \qquad (3.94)$$

ile güç ve evre spektrumu ise

$$S(\omega) = |F(\omega)|^2 = P^2 + Q^2$$
$$\phi(\omega) = \tan^{-1}\left(\frac{Q}{P}\right) \qquad (3.95)$$

bağıntıları yardımı ile tanımlanır.

Uygulamada güç spektrumu iki şekilde elde edilir.

1. Periodogram yöntemi.
2. Özilişki fonksiyonunun Fourier dönüşümü.

Öngörülen iki yöntemde uygulamada değişik uygulayıcılar tarafından kullanılmaktadır. Kullanıcılar bulguları doğrultusunda yöntemlerin birbirine göre avantaj ve dezavantajlarını sunmaktadırlar. Ancak burada bizim amacımız değişik yöntemleri tanıtmak değil güç spektrumuna etki eden parametreleri vermektir.

Uygulamada elde edilen güç spektrumu eğrileri incelendiğinde üç parametrenin etkisi gözlenmektedir. Bunlar;

a. anomaliye neden olan kütlenin derinliği,
b. anomaliye neden olan kütlenin kalınlığı,
c. anomaliye neden olan kütlenin genişliğidir.

Prizmatik şekilli cismin üst yüzünün derinliği spektrum eğrisinin eğimini denetlemektedir. Üst yüzünün derinliği arttıkça eğimde artmaktadır. Yapının kalınlığı ise spektrumun maksimumunun yerini denetlemektedir. Yapının kalınlığı arttıkça spektrumun maksimumu küçük dalgasayılarına kaymaktadır. Yapının sonsuz kalın olması durumunda maksimum değer sıfır dalgasayısında gözlenmektedir (Şekil 3.27). Spektrumu etkileyen üçüncü terim ise yapının genişliğidir. Bu da artan dalgasayılarında, spektrumdaki azalma oranının artması şeklindedir. Bu etki ise spekturumun bu bölümünden yararlanarak saptanacak derinliklerin normalden büyük bulunmasına neden olur.

Şekil 3.34

Uygulamada güç spekturumundan yararlanarak ortalama derinliklerin saptanması ise,

$$\bar{h}_i = \frac{\ln S(\omega_{i+1}) - \ln S(\omega_i)}{2(\omega_{i+1} - \omega_i)} \qquad (3.96)$$

bağıntısı yardımı ile gerçekleştirilir (Şekil 3.35). (3.96) bağıntısında; $S(\omega)$ güç spektrumu, ω=açısal frekans ve $\bar{h}$ ortalama derinliktir.

Şekil 3.35

Şekil 3.36 da Ege Bölgesi graben sistemlerinde yapılmış bir güç spektrumu uygulamasının sonuçları görülmektedir. Saptanan büyük derinlik B. Menderes daha sığ olan derinlik ise Gediz grabenine aittir.

Bu konuya ilişkin daha ayrıntılı açıklamalar değişik yayın ve kitaplarda bulunabilir (Canıtez 1980 , Pınar ve Akçığ 1996).

Şekil 3.36

3.5.3 Hilbert dönüşümü

Hilbert dönüşümü, herhangi bir sinyalin genliğini değiştirmeden yalnızca evresini $-\pi/2$ kadar kaydıran matematiksel bir dönüşüm işlevidir. Diğer bir deyişle Hilbert dönüşüm işlevi uzunluk veya frekans ortamında eşit genlikli tek ve çift işlevleri birbirine dönüştüren doğrusal bir dizgedir.

Hilbert dönüşümü, Fourier dönüşümü veya evrişim yöntemleri kullanılarak elde edilir. Fourier dönüşümü yolu ile Hilbert dönüşümü aşağıdaki gibi verilir.

$$h(x) = -\frac{1}{\pi}\left[b(\omega)\cos(\omega x) - a(\omega)\sin(\omega x)\right]d\omega \qquad (3.97)$$

$$f(x) = \frac{1}{\pi}\left[a(\omega)\cos(\omega x) - b(\omega)\sin(\omega x)\right]d\omega \qquad (3.98)$$

$$a(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\cos\omega x \, dx \qquad (3.99)$$

$$b(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\sin\omega x \, dx \qquad (3.100)$$

$$h(l,\Delta x) = -\frac{1}{\pi}\left[\sum_{n=0}^{N/2-1} b(n\omega_0)\cos n\omega_0 l\Delta x + \sum_{n=0}^{N/2-1} a(n\omega_0)\sin n\omega_0 l\Delta x\right] \qquad (3.101)$$

$$f(l,\Delta x) = \frac{1}{\pi}\left[\sum_{n=0}^{N/2-1} a(n\omega_0)\cos n\omega_0 l\Delta x + \sum_{n=0}^{N/2-1} b(n\omega_0)\sin n\omega_0 l\Delta x\right] \qquad (3.102)$$

Bu bağıntılarda; N veri sayısı, l zaman sayacı, n frekans sayacı, ω_0 temel frekans ve x örnekleme aralığıdır.

(3.101) ve (3.102) no lu bağıntılar ayrık Hilbert dönüşümünü tanımlar (Mohan ve diğ. 1982).

Hilbert dönüşümü evrişim yolu ile de yapılabilir. Herhangi bir g(x) işlevinin Hilbert dönüşümü (Bracewell 1965)

$$G_{Hİ} = P\left(\frac{1}{\pi}\right)\int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(x')}{x' - x}\,dx' \qquad (3.103)$$

bağıntısı ile verilir. (3.103) tümlevi x=x' noktasında ıraksaktır. Bu integralin çözümü için Cauchy ve Rezidü kuramları kullanılır. "P" simgesi ise x=x' noktasındaki Cauchy değerini gösterir (Sheriff 1981). (3.103) bağıntısından $G_{Hİ}(x)$, g(x) in bir doğrusal işlevi olduğu görülmektedir. Gerçekte $G_{Hİ}(x)$ işlevi $(\pi x)^{-1}$ ile g(x) işlevinin evrişiminden elde edilir.

$$G_{Hİ}(x) = (-\pi x)^{-1} * g(x) \qquad (3.104)$$

Bilindiği üzere (-πx) in Fourier dönüşümü signum (Sgns) işlevidir. g(x) işlevini elde etmek için

$$g(x) = -(-\pi x)^{-1} * G_{Hİ}(x) \qquad (3.105)$$

kullanılır. Hilbert dönüşümü süzgeçleme işlemi olarak kullanıldığında genliklerde bir değişiklik olmaz ancak tüm frekanslardaki bileşenlerin evrelerinde Sgns işlevinin işaretine bağlı olarak ±π/2 kadar değişir. Sgns işlevinin işareti s ye bağlı olarak aşağıda verilmektedir.

$$\text{Sgns} = \begin{cases} 1 & s > 0 \\ 0 & s = 0 \\ -1 & s < 0 \end{cases}$$

$$(-\pi x)^{-1} = x^{-1}\left(1 - e^{j\pi x}\right) \qquad \text{(Rabiner ve Gold 1975)} \qquad (3.106)$$

ile verilir. Bu çalışmada ise

$$h(n) = \begin{cases} \dfrac{1 - e^{j\pi n}}{\pi n} & n \neq 0 \\ 0 & n = 0 \end{cases} \qquad (3.107)$$

(3.107) bağıntısı kullanılmıştır. Euler bağıntıları kullanılarak

$$h(n) = \begin{cases} \dfrac{2\sin^2 \frac{\pi n}{2}}{\pi n} & n \neq 0 \\ 0 & n = 0 \end{cases} \qquad (3.108)$$

ve trigonometrik bağıntılardan da gidilerek

$$h(n) = \begin{cases} \dfrac{1 - \cos \pi n}{\pi n} & n \neq 0 \\ 0 & n = 0 \end{cases} \qquad (3.109)$$

eşitliğine ulaşılır.

ÖRNEKLER

Örnek 1
Yatay yönde uzanan yarı sonsuz bir tabakanın parametrelerini HD yolu ile bulunuz.

"x" yönünde 0,+∞ arasında, y yönünde ise -∞, +∞ aralığında uzanan bir tabakanın oluşturacağı $g_z(x)$ alan bileşeni Şekil 3.36 da verilmektedir.

Şekil 3.36

Bu yapının, x ekseni boyunca herhangi bir noktada oluşturacağı gravite çekiminin düşey bileşeni,

$$g_z(x) = 2G\Delta\rho t\left[\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\frac{x-d}{h}\right] \tag{3.110}$$

bağıntısı ile verilir. (3.110) da; $g_z(x)$ düşey bileşenin x yönündeki değişimi, G gravite sabiti,

$\Delta\rho$ yoğunluk farkı, h levhanın orta noktasının yüzeyden olan derinliği, d levhanın merkeze olan uzaklığı ve t ise kalınlığıdır.

$g_z(x)$ ın karmaşık gradiyentleri

$$g_{zx}(x) = \frac{\partial g_z(x)}{\partial x} = 2G\Delta\rho t\left[\frac{h}{(x-d)^2 + h^2}\right] \tag{3.111}$$

$$g_{zz}(x) = \frac{\partial g_z(x)}{\partial z} = 2G\Delta\rho t\left[\frac{x-d}{(x-d)^2 + h^2}\right] \tag{3.112}$$

elde edilir. Hilbert dönüşüm özelliklerine göre;

$$g_{zx}(x) \xrightarrow{HD} -g_{zz}(x)$$

ilişkisi vardır. Karmaşık işlevler kullanılarak genlik ve evre

$$A(x) = \left[g_{zx}^2(x) + g_{zz}^2(x)\right]^{1/2} \tag{3.113}$$

$$\phi(x) = \tan^{-1}\frac{g_{zz}(x)}{g_{zx}(x)} \tag{3.114}$$

eşitliklerinden bulunur. (3.111) ve (3.12) bağıntıları, (3.113) ve (3.114) te yerine konarak

$$A(x) = 2G\Delta\rho t\left[h^2 + (x-d)^2\right]^{-1/2} \tag{3.115}$$

$$\phi(x) = \tan^{-1}\left[\frac{x-d}{h}\right] \tag{3.116}$$

bulunur. Parametrelerin saptanması içindeki aşağıdaki yol izlenir.

a. (3.112) den yararlanarak d saptanır
   $g_z(x = d) = 0$
b. (3.111) ve (3.112) den yararlanarak $g_{zx}(x)$ ve $g_{zx}(x)$ in ortak çözümünden
   x=h
   elde edilir.
c. (3.110) dan da g ve t parametreleri bulunur
   $$\Delta\rho . t = \frac{g_z(x = 0)}{G\pi}$$

Bu tanıtımlara örnek olarak yüzeyden derinliği 15 m ve yüzey yük yoğunluğu 1.6 gr/cm^2 olan yatay yarı sonsuz bir tabakanın model eğrisi Şekil 3.37,yatay ve düşey yöndeki gradiyentleri Şekil 3.38 de, genlik ve evre eğrileri ise (3.39) ve (3.40) ta verilmektedir. Bu eğrilerden yararlanılarak yukarıdaki izlence uyarınca öngörülen parametreler saptanır.

Şekil 3.37

Şekil 3.38

Şekil 3.39

Şekil 3.40

Örnek 2
Şekil 3.41 de verilen gravite haritası üzerinden 10 adet örnek profil seçilerek yer altı yapısının modeli kurulmuştur. Bu çalışmaya örnek olarak AA' ve BB' profilleri verilecektir. Söz konusu kesitlerdeki gravite değişimleri yarı sonsuz tabaka model anomalisine benzemektedir. Dolayısı ile bu modele ait çözümler kullanılacaktır.

AA' profilinin gravite anomalisi ve ilgili şekilleri 3.42-3.45 te BB' ne ait olanlar ise 3.46-3.49 da verilmiştir. Diğer kesitler de kullanılarak hesaplanan parametreler toplu olarak Çizelge 3.2 de sunulmuştur. Elde edilen parametreler Şekil 3.50 de verilmiştir. Bu parametreler kullanılarak bulunan yapı gidişleri Şekil 3.51 de ve sonuç jeofizik model de Şekil 3.52 de görülmektedir.

Şekil 3.41

Şekil 3.42

Şekil 3.43

Şekil 3.44

Şekil 3.45

Şekil 3.46

Şekil 3.47

Şekil 3.48

Şekil 3.49

Şekil 3.50

Şekil 3.51

Şekil 3.52

Profil No.	**AA'**	**BB'**	**CC'**	**DD'**	**EE'**
Derinlik (h) m	3950	2300	1650	1600	2000
Orta nokta (d) m	11350	10925	13665	11400	11000
Profil No.	**FF'**	**GG'**	**HH'**	**II'**	**KK'**
Derinlik (h) m	1800	1700	1300	2250	3225
Orta nokta (d) m	10400	11750	10650	14300	12300

Çizelge 3.2. Kesitlerden hesaplanan parametreler

3.5.2. Hartley dönüşümü

Hartley dönüşümü, Fourier dönüşümüne benzer olarak zaman ve uzay ortamları arasında geçişi sağlayan bir işlev olup sanal bileşeni yoktur. Aşağıdaki bağıntılarla tanımlanır (Hartley, 1942).

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,\mathrm{cas}(\omega x)\,dx \tag{3.119}$$

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega)\,\mathrm{cas}(\omega x)\,d\varpi \tag{3.120}$$

Euler bağıntısı

$$e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha$$

dır. Bu bağıntıda i=1 alındığında

$$e^{\alpha} = \cos\alpha + \sin\alpha$$

olur. Buradan yararlanarak ta

$$\operatorname{cas}(\omega x) = \cos\omega x + \sin\omega x \qquad (3.121)$$

yazılır. (3.119) bağıntısının tek ve çift bileşenleri

$$H_{Ç}(\omega) = \frac{H(\omega) + H(-\omega)}{2} \qquad (3.122)$$

$$H_{T}(\omega) = \frac{H(\omega) - H(-\omega)}{2} \qquad (3.123)$$

$$H(-\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)[\cos\omega x - \sin\omega x]dx$$

(3.124)

olarak verilir. Bu bağıntılardan hareketle

$$H_{Ç}(\omega) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)[\cos\omega x + \sin\omega x + \cos\omega x - \sin\omega x]dx$$

$$H_{Ç}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\cos\omega x\, dx \qquad (3.125)$$

bulunur. Bilindiği gibi (3.125) f(x) in gerçel kısmıdır. Yani,

$$a(\omega) = H_{Ç}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\cos\omega x\, dx \qquad (3.126)$$

olarak yazılabilir. (3.125) No. lu bağıntı Hartley dönüşümünün çift bileşenidir. Bağıntılardan izlendiği gibi Hartley dönüşümünün çift bileşeni Fourier kosinüs dönüşümüne eşittir. Diğer taraftan tek bileşenden yararlanarak ise

$$H_{T}(\omega) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)[\cos\omega x + \sin\omega x - \cos\omega x + \sin\omega x]dx \qquad (3.127)$$

$$H_{T}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\sin\omega x\, dx \qquad (3.128)$$

bulunur. Bilindiği gibi (3.128) f(x) in sanal kısmıdır. Yani,

$$b(\omega) = H_{T}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\sin\omega x\, dx \qquad (3.127)$$

olarak yazılabilir. (3.128) No. lu bağıntı Hartley dönüşümünün tek bileşenidir. Bağıntılardan izlendiği gibi Hartley dönüşümünün tek bileşeni Fourier sinüs dönüşümüne eşittir.

(3.119), 83.120) ve (3.121) bağıntıları ayrık olarak

$$H(n\omega_0) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} f(k\,\Delta x)\mathrm{cas}(n\,\omega_0\,k\,\Delta x) \quad (3.130)$$

$$f(k\Delta x) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} H(n\omega_0)\mathrm{cas}(n\,\omega_0\,k\,\Delta x) \quad (3.131)$$

$$\mathrm{cas}(n\,\omega_0\,k\,\Delta x) = \cos(n\,\omega_0\,k\,\Delta x) + \sin(n\,\omega_0\,k\,\Delta x) \quad (3.132)$$

yazılabilir. Ayrık Hartley dönüşümünün tek ve çift bileşenleri

$$H_Ç(n\omega_0) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} f(k\,\Delta x)\cos(n\,\omega_0\,k\,\Delta x) \quad (3.133)$$

$$H_T(n\omega_0) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} f(k\,\Delta x)\sin(n\,\omega_0\,k\,\Delta x) \quad (3.134)$$

olarak tanımlanır. Bu bağıntılarda; N veri sayısı, k zaman sayacı, n frekans sayacı, ω_0 temel frekans ve Δx örnekleme aralığıdır.